

BAB V

TRANSFORMASI 2D

OBJEKTIF :

Pada Bab ini mahasiswa mempelajari tentang :

Transformasi Dasar 2D

- 1. Translasi**
- 2. Rotasi**
- 3. Scalling**

Transformasi Lain

- 1. Refleksi**
- 2. Shear**

TUJUAN DAN SASARAN:

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa diharapkan:

- 1. Memahami transformasi dasar 2D : translasi, rotasi dan scalling**
- 2. Memahami transformasi lain : Refleksi dan Shear**
- 3. Mengimplementasikan transformasi 2D menggunakan Java**

WAKTU dan TEMPAT

- 1. 4 (empat) kali pertemuan**
- 2. 8 x 50 menit pertemuan di kelas**
- 3. 16 x 50 menit latihan di rumah**

5.1 Pengenalan Transformasi Dasar 2D

Setelah suatu objek grafis dibangun, kita dapat melakukan transformasi terhadap objek grafis tersebut dengan berbagai cara tanpa menambahkan komponen baru apapun pada objek grafis tersebut. Ada banyak cara untuk melakukan transformasi objek grafis, tapi beberapa cara transformasi yang umum adalah :

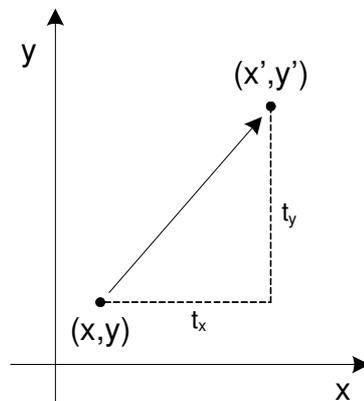
1. **Translasi** : objek dipindahkan ke lokasi baru tanpa mengubah bentuk, ukuran atau orientasinya.
2. **Rotasi** : objek dirotasi (diputar) terhadap titik tertentu tanpa mengubah bentuk dan ukurannya
3. **Scaling** : objek diperbesar atau diperkecil. objek dapat diskalakan menggunakan faktor yang sama baik secara horisontal maupun vertikal sehingga proporsinya tetap atau bisa menggunakan faktor yang berbeda yang akan menyebabkan objek tersebut menjadi lebih tinggi, lebih pendek, lebih tipis atau lebih tebal.

Translasi dan rotasi disebut juga sebagai *rigid body transformation* yaitu transformasi yang hanya mengubah posisi objek, tanpa mengubah bentuknya

5.2 Translasi

Translasi adalah transformasi paling sederhana yang dapat diterapkan pada suatu objek grafis. Secara sederhana translasi adalah memindahkan objek grafis dari satu tempat ke tempat lain tanpa mengubah tampilan dan orientasi.

Untuk menghasilkan translasi dari suatu objek grafis, kita menambahkan konstanta T_x pada koordinat x dan konstanta T_y pada koordinat Y , formula ini diterapkan pada semua titik pada objek yang akan ditranslasikan.

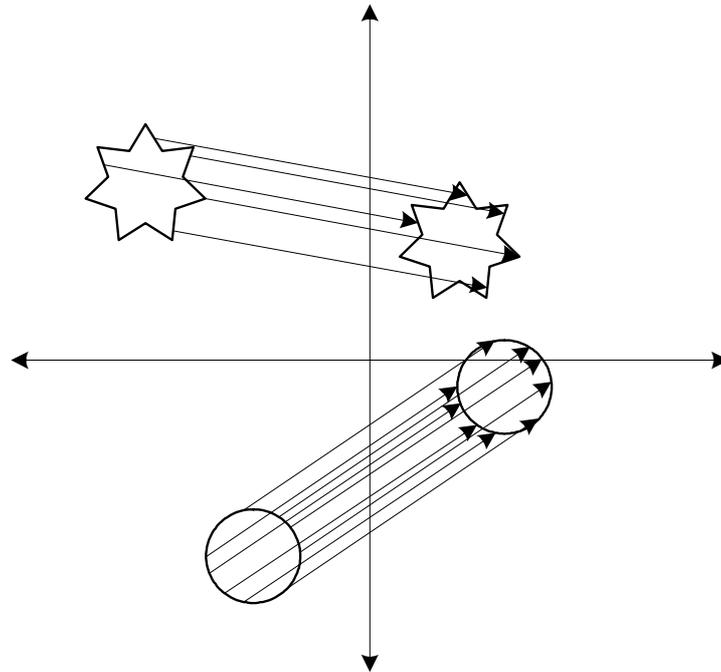


Formula untuk mentranslasikan suatu titik (x,y) ke posisi baru (x',y') adalah sebagai berikut :

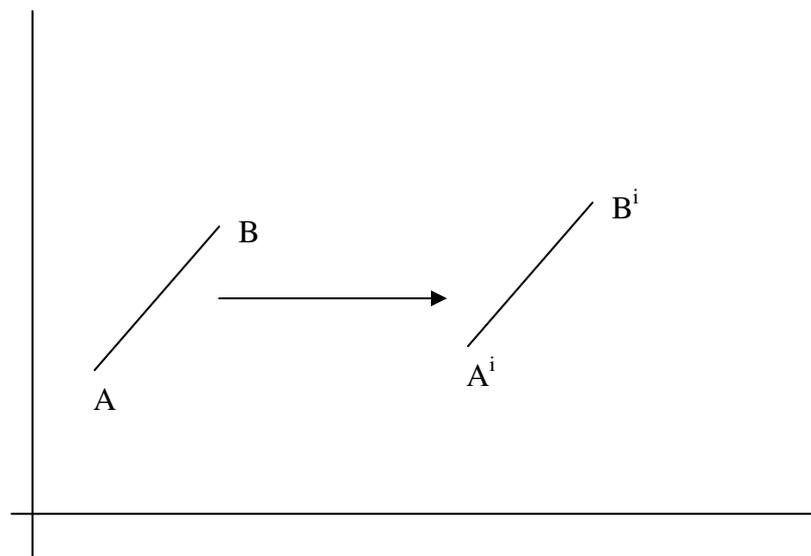
Translasi Titik

$$x^i = x + Tx$$

$$y^i = y + Ty$$



Pada prakteknya untuk mentranslasikan objek grafis, tentu saja kita tidak harus menghitung semua titik pada objek tersebut, tetapi cukup titik-titik pentingnya saja. Contoh untuk memindahkan garis, cukup dihitung titik awal dan akhir saja kemudian gambarkan garis dari kedua titik tersebut. Contoh kedua untuk memindahkan lingkaran cukup menghitung titik pusat lingkaran kemudian dengan menggunakan algoritma penggambaran lingkaran, lingkaran dengan posisi baru bisa dibentuk.



Perhitungan translasi bias juga dengan menggunakan matriks transformasi sebagai berikut :

Matriks Translasi
$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$

Contoh soal 1 :

Sebuah garis dengan koordinat A(10,10) dan B(15,30) ditranslasikan dengan translation vector (10,20).

Jawab :

Titik A : $Xa^i = Xa + Tx = 10+10 = 20$

$Ya^i = Ya + Ty = 10+20 = 30$

Hasil translasi titik A = (20,30)

Titik B : $Xb^i = Xb + Tx = 15+10 = 25$

$Yb^i = Yb + Ty = 30+20 = 50$

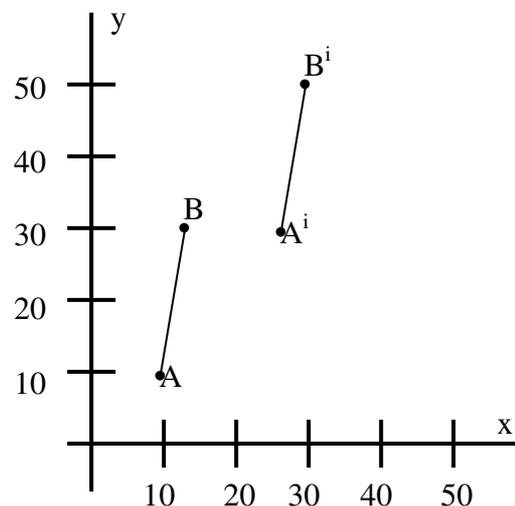
Hasil translasi titik B = (25,50)

Sehingga garis baru yang terbentuk adalah garis dengan koordinat titik Ai(20,30) dan Bi(25,50)

Perhitungan translasi ini juga bias menggunakan matriks sebagai berikut :

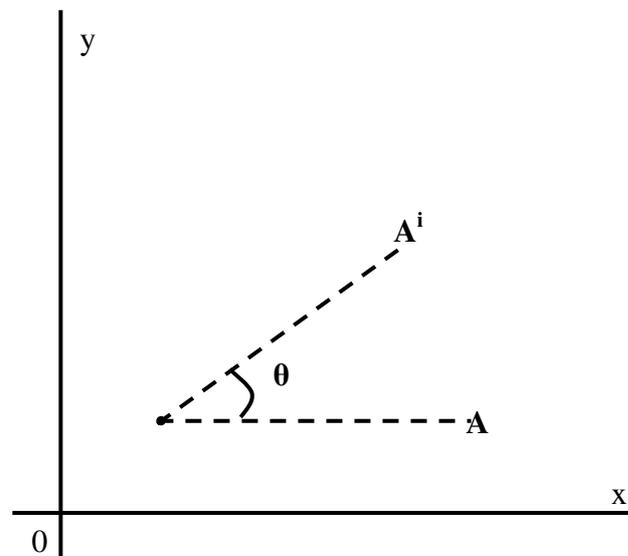
Untuk titik A $\rightarrow \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \end{bmatrix}$

Untuk titik B $\rightarrow \begin{bmatrix} 15 \\ 30 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 50 \end{bmatrix}$



5.3 Rotasi

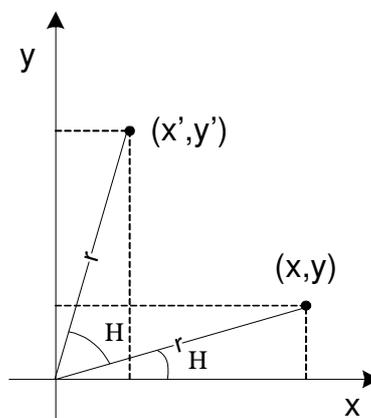
Rotasi suatu image adalah memutar objek terhadap titik tertentu di bidang xy . Bentuk dan ukuran objek tidak berubah. Untuk melakukan rotasi perlu diketahui sudut rotasi θ dan pivot point (X_p, Y_p) atau titik rotasi dimana objek dirotasi. Nilai positif dari sudut rotasi menentukan arah rotasi berlawanan dengan jarum jam dan sebaliknya nilai negative akan memutar objek searah jarum jam



Rotasi yang paling sederhana adalah rotasi dengan pivot point di titik pusat koordinat sistem yaitu $(0,0)$. Pada gambar 5.xx terlihat titik (x,y) dirotasi terhadap titik pusat koordinat sistem dengan sudut θ , sudut terhadap sumbu x adalah sebesar Φ . Dengan menggunakan trigonometri dasar dapat dihitung bahwa :

$$x = r \cos \Phi \text{ dan}$$

$$y = r \sin \Phi$$



Dengan menggunakan matriks rotasi dapat dirumuskan sebagai berikut :

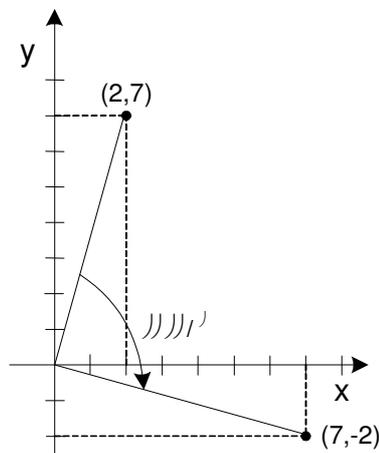
Matriks Rotasi

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Contoh Rotasi

Hitung apabila Titik (2,7) dirotasi sebesar 90° terhadap titik (0,0)

Jawab



$$\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-90^\circ) & -\sin(-90^\circ) \\ \sin(-90^\circ) & \cos(-90^\circ) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

5.4 Scalling (Penskalaan)

Scalling atau penskalaan adalah proses untuk mengubah ukuran objek, dengan cara Mengubah jarak setiap titik pada objek terhadap titik acuan. Objek dapat diskalakan dengan arah horizontal maupun vertical dengan cara mengalikan koordinat tiap objek dengan factor konstanta.

Pada proses ini perlu dispesifikasikan dua hal yaitu :

1. Faktor penskalaan: s_x & $s_y \rightarrow \text{real: } (0..N]$
2. Titik acuan (x_f, y_f)

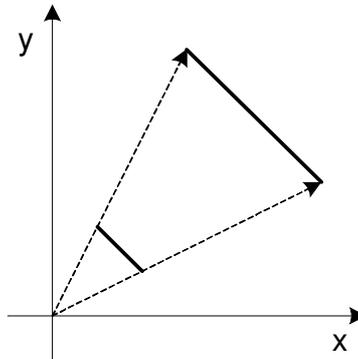
Jenis penskalaan ada dua yaitu uniform dan diferensial. Penskalaan Uniform terjadi bila factor vertical sama dengan horizontal, sedangkan diferensial jika kedua factor tersebut berbeda.

Penskalaan terhadap titik (0,0)

$$x' = x \cdot s_x$$

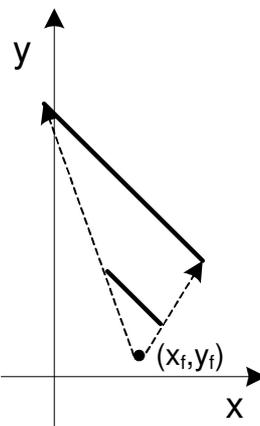
$$y' = y \cdot s_y$$

Penskalaan terhadap titik (0,0) dapat dirumuskan sebagai berikut, dengan konsekuensi bentuk dan posisi objek berubah. Jika $0 < S < 1$: lebih dekat ke (0,0), $S = 1$: ukuran tetap, $1 < S$: lebih jauh dari (0,0).



Untuk penskalaan terhadap titik (X_p, Y_p) dapat dirumuskan sebagai berikut :

Penskalaan terhadap titik (x_f, y_f)	
$x' = x_f + (x - x_f) \cdot s_x$	
$y' = y_f + (y - y_f) \cdot s_y$	



Penskalaan uniform untuk poligon, lingkaran dan elips, dapat dilihat pada table berikut :

Objek	Penskalaan
Poligon	Transformasikan titik-titik sudut Gambar ulang tiap garis
Lingkaran	Transformasikan titik pusat Sesuaikan ukuran jari-jari Gambar ulang tiap titik

Objek	Penskalaan
Ellips	Transformasikan sumbu mayor dan minor Gambar ulang tiap titik

Seperti transformasi sebelumnya penskalaan juga dapat direpresentasikan dalam bentuk persamaan matriks.

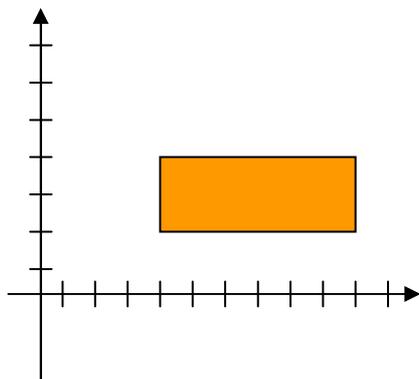
Persamaan Matriks Penskalaan terhadap titik (0,0)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

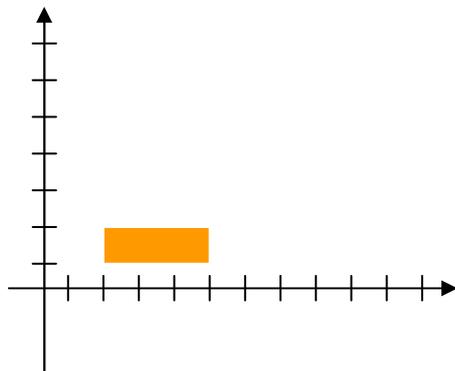
Persamaan Matriks Penskalaan terhadap titik (x_f,y_f)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} \right) \right)$$

Contoh Scalling :



Persegi panjang dengan koordinat (4,2), (10,2), (4,4), (10,4) Scalling factor ½



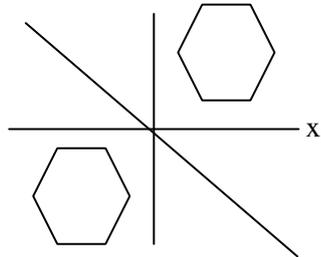
Koordinat persegi panjang sesudah transformasi (2,1), (5,1), (2,2), (5,2)

5.5 Transformasi Lain

Selain transformasi dasar yaitu translasi, rotasi dan scalling, masih banyak jenis transformasi lain yang dapat diaplikasikan pada objek grafis. Pada diktat ini akan dibahas dua transformasi lain yang sering digunakan yaitu refleksi dan shear.

5.5.1 Refleksi

Refleksi adalah transformasi yang membuat mirror atau pencerminan dari suatu objek grafis. Refleksi disusun relative terhadap sumbu refleksi. Contoh refleksi terhadap garis $y=-x$ dapat dilihat pada gambar berikut.



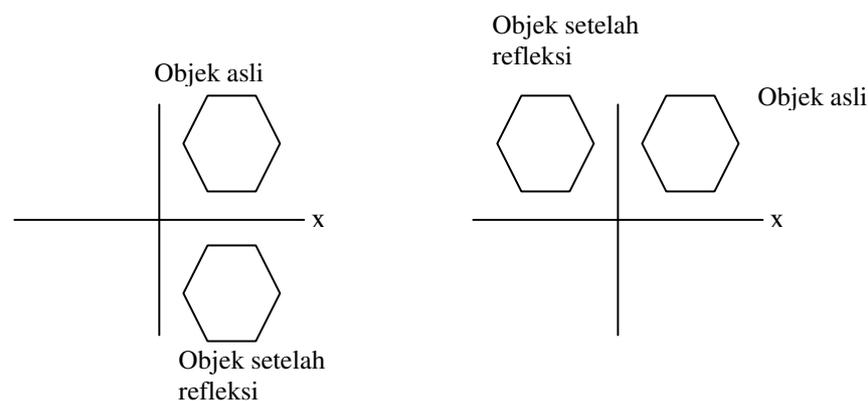
Refleksi terhadap sumbu x dapat dinyatakan dengan matriks :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jika suatu objek dicerminka terhadap sumbu x, maka, koordinat x tetap sama tetapi koordinat y berubah menjadi berlawanan dengan posisi koordinat asal.

Refleksi terhadap sumbu y dapat direpresentasikan dalam matriks berikut :

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



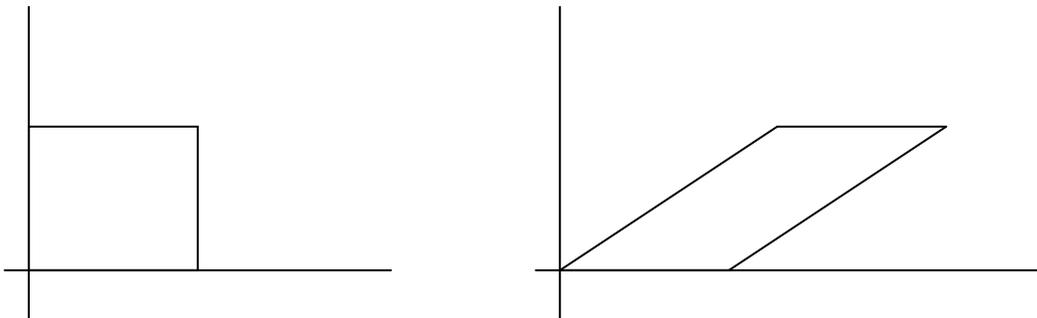
Refleksi terhadap garis $y=mx$ pada bidang xy dapat dibuat merupakan kombinasi dari transformasi translasi-rotasi-refleksi. Secara umum pertama-tama dilakukan translasi garis mencapai titik potong koordinat. Kemudian garis dirotasi ke salah satu sumbu dan refleksi objek menurut sumbu tersebut. Objek dan garis dirotasi sehingga mencapai sumbu lainnya.

5.5.2 Shear

Shear adalah bentuk transformasi yang membuat distorsi dari bentuk suatu objek, seperti menggeser sisi tertentu. Dua macam shear yang umum adalah shear terhadap sumbu x dan sumbu y .

Matriks transformasi shear dapat dirumuskan sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 1 & Shx & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Matriks transformasi untuk shear terhadap sumbu y adalah :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ Shy & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Shear juga dapat dilakukan terhadap garis tertentu yang sejajar dengan sumbu x dengan bentuk matriks :

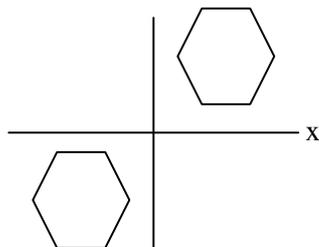
$$\begin{bmatrix} 1 & Shx & -Shx.Y \text{ Ref} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5.6 Rangkuman

1. Setelah suatu objek grafis dibangun, kita dapat melakukan transformasi terhadap objek grafis tersebut dengan berbagai cara tanpa menambahkan komponen baru apapun pada objek grafis tersebut.
2. Transformasi dasar pada objek grafis adalah translasi, rotasi dan scalling.
3. Translasi dan rotasi disebut juga sebagai *rigid body transformation* yaitu transformasi yang hanya mengubah posisi objek, tanpa mengubah bentuknya
4. Untuk melakukan translasi perlu diketahui titik awal dan vector translasi, untuk melakukan rotasi perlu diketahui sudut dan pivot point sedangkan untuk menghitung scalling perlu diketahui factor penskalannya
5. Refleksi adalah transformasi yang membuat mirror atau pencerminan dari suatu objek grafis
6. Shear adalah bentuk transformasi yang membuat distorsi dari bentuk suatu objek, seperti menggeser sisi tertentu. Dua macam shear yang umum adalah shear terhadap sumbu x dan sumbu y.

5.7 Latihan Soal

1. Hitunglah dengan menggunakan matriks, translasi segitiga dengan koordinat berikut A(5,5), B(15,5) dan (5,15) dengan vektor translasi (10,20)
2. Buktikan bahwa matriks refleksi terhadap garis $y=x$ ekuivalen dengan refleksi terhadap sumbu x yang diikuti rotasi berlawanan dengan jarum jam dengan sudut rotasi 90^0
3. Buatlah Algoritma untuk merefleksi sebuah hexagon terhadap titik pusat (0,0), seperti terlihat pada ilustrasi berikut (Diasumsikan sudah ada fungsi menggambar garis yaitu **drawline(x1, x2, y1,y2)**)



4. Buatlah algoritma untuk merotasi sebuah garis dengan sudut 30^0 secara kontinu berlawanan arah dengan jarum jam sampai garis tersebut melewati titik semula.

5. Buatlah algoritma untuk merotasi sebuah garis dengan sudut 90^0 bolak-balik sampai 10 kali.
6. Buatlah algoritma untuk memindahkan sebuah lingkaran.
7. Buatlah program Java untuk mengimplementasikan soal no 3 dan 4

5.8 Referensi

- [1] Hearn, Donald, M. Pauline Baker, *Computer Graphics*, Prentice Hall.
- [2] Rowe, Glenn W, *Computer Graphics with Java*, Palgrave, 2001
- [3] Sutopo, Ariesto Hadi, *Pengantar Grafika Komputer*, Gava Media, 2002